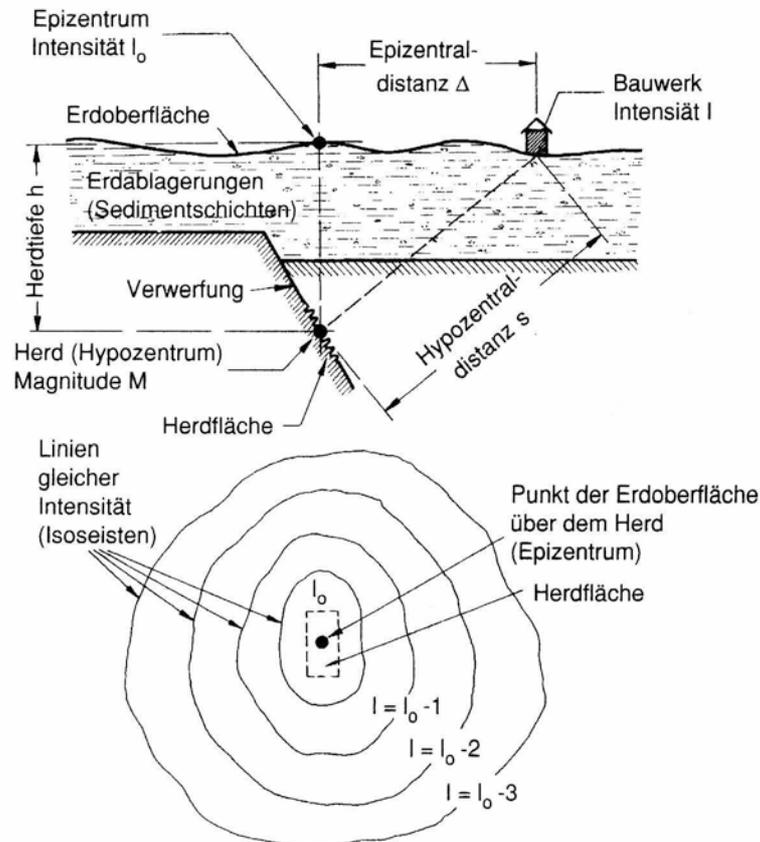


Erdbeben – Teil 1

Seismologische Grundbegriffe



Erdbebenskalen

Zur Charakterisierung der Stärke eines Erdbebens dienen die Magnitudenskala und die Intensitätsskala.

Magnitudenskala (Richterskala)

Die *Magnitude M* ist ein Maß für die Herdenergie, d.h. ein Maß für die bei einem Erdbeben im Herd in Form elastischer Wellen abgestrahlte Energie. Es gilt die folgende empirische Beziehung zwischen Herdenergie E und Magnitude M :

$$\log E = 11,8 + 1,5 M \quad [\text{erg}]$$

Bei der *nach oben offenen* Magnitudenskala, benannt nach C.F. Richter (1935), handelt es sich somit um eine logarithmische Skala. Ein Zuwachs um eine Einheit bedeutet somit eine Erhöhung der Herdenergie um den Faktor $10^{1,5} = 31,6$.

Es gibt im Wesentlichen drei verschiedene Definitionen der Magnitude:

- M_l Nahbeben-Magnitude = Lokalmagnitude ("local magnitude"): definiert von Richter, 1935, gilt bis zu Epizentraldistanzen ~ 500 km.
- M_s Oberflächenwellen-Magnitude ("surface wave magnitude"): definiert von Gutenberg, 1945, wird aus den Maximalausschlägen von Oberflächenwellen ermittelt.
- M_f Raumwellen-Magnitude ("body wave magnitude"): definiert von Gutenberg, 1945; wird aus den Maximalausschlägen der Raumwellen ermittelt (auch Fernbeben-Magnitude genannt).

Typische Zahlenwerte für die Magnitude M_s :

1-2 ... gerade noch spürbares Beben	3-4 ... mittleres Beben
~ 7 ... stärkstes im Alpenraum zu erwartendes Beben	~ 9 ... stärkstes theoretisch mögliches Beben

Intensitätsskala

Die *Intensität I* ist ein Maß für die Wahrnehmbarkeit und die lokale Zerstörungskraft eines Erdbebens. Die Intensitätsskala wird auch "makro-seismische Skala" genannt. Die lokale Zerstörungskraft und somit die Auswirkungen eines Erdbebens sind im Wesentlichen abhängig von den folgenden Parametern:

- Magnitude
- Frequenzgehalt an der Quelle (abhängig vom Herdmechanismus)
- Herdtiefe
- Herdentfernung vom Standort
- Geologie / Topographie
- Lokaler Untergrund / Baugrund
- Frequenzgehalt am Standort
- Dauer des Bebens am Standort

Die Magnitude ist somit nur eine Größe (unter zahlreichen andern), welche die Auswirkungen eines Erdbebens beeinflussen. Die Intensität wird ermittelt durch Bewertung der Wahrnehmbarkeit und der lokalen Schäden. Es werden verschiedene Intensitätsskalen benutzt, wobei zwischen den verschiedenen 12-teiligen Skalen keine großen Unterschiede bestehen.

MSK-Skala (1964, benannt nach Medvedev-Sponheuer-Karnik) - vorwiegend in Europa

MM-Skala (1931, Version 1956, benannt als Modifizierte Mercalli-Skala) - vor allem in den USA, z.T. auch in Europa (z.B. Italien)

MS-Skala (benannt nach Mercalli-Sieberg) - vor allem in Deutschland

Es existieren empirisch gefundene Formeln, die den Zusammenhang zwischen Magnitude und Intensität wiedergeben (diese sind jedoch vom Standort abhängig).

Z.B. gilt für das Gebiet Slovenien $M_l = 0,66 I_0 + 1,7 \log H - 1,1$ $H [km]$... Herdtiefe
 I_0 ... Epizentralintensität

Lt. ZAMG gilt für Österreich folgende grobe Abschätzung: $I(^{\circ}EMS) = 1,5 \cdot M_l (\text{Richter})$

Die neueste Fassung der makroseismischen Schadensklassifizierung ist die *European Macroseismic Scale EMS* (Grünthal, 1998). Sie unterscheidet 12 Intensitätsstufen und ordnet grob Amplituden der Maximalbeschleunigung zu.

ÖNORM B 1998-1 (Anhang C):

Intensitäts-Skala, basierend auf der Europäischen Makroseismischen Skala 1998 (EMS-98) [4] – Kurzfassung

Tabelle C.1

Grad	Maximale Erdbebenwirkungen an der Erdoberfläche	Österreich	
		Zone	a_{gR} (m/s ²)
I	Nicht fühlbar: Wird nur von Erdbebeninstrumenten registriert.	0	bis 0,35
II	Kaum bemerkbar: Wird nur vereinzelt von ruhenden Personen wahrgenommen.		
III	Schwach fühlbar: Wird von wenigen Personen in Gebäuden wahrgenommen; Lampen schwingen leicht.		
IV	Deutlich fühlbar: Wird im Freien von wenigen, in Gebäuden von vielen Personen wahrgenommen. Einige Schlafende erwachen; Geschirr und Fenster klirren.		
V	Stark fühlbar: Wird im Freien von einigen, in Gebäuden von allen wachen Personen wahrgenommen. Viele Schlafende erwachen. Hängende Gegenstände pendeln stark, angelehnte Gegenstände können umfallen. Gelegentlich treten Haarrisse im Verputz auf.		
VI	Leichte Gebäudeschäden: Viele Menschen flüchten aus den Häusern ins Freie. Möbel können von der Stelle gerückt werden. An vielen Häusern entstehen leichte Schäden (Risse im Verputz); von älteren Häusern können Verputzteile, Dachziegel oder Schornsteine herabfallen. Quellschüttungen können sich ändern, es können Trübungen von Quellwässern auftreten.		
VII	Gebäudeschäden: Die meisten Personen erschrecken und flüchten ins Freie. Gegenstände fallen aus Regalen. An vielen Häusern solider Bauart treten mäßige Schäden auf (kleine Mauerrisse, größere Verputzteile fallen ab, Risse an Schornsteinen, Schornsteine fallen herab). Ältere Gebäude zeigen häufig Mauerrisse oder Schornsteineinstürze, vereinzelt auch Spalten im Mauerwerk; Einsturz von Zwischenwänden. Auftreten oder Versiegen von Quellen. Erdbeben, Fels- oder Bergstürze können ausgelöst werden.	2	über 0,5 bis 0,75
		3	über 0,75 bis 1,0
VIII	Schwere Gebäudeschäden: Viele Personen verlieren das Gleichgewicht. Selbst schwere Möbel werden verschoben und zum Teil umgeworfen. An vielen Gebäuden einfacher Bausubstanz treten schwere Schäden auf, d. h. Giebelteile und Dachgesimse stürzen ein. Einige Gebäude sehr einfacher Bauart stürzen ein. Bodenrisse können auftreten. Bodenverflüssigung möglich.	4	über 1,0
IX	Zerstörend: Allgemeine Panik unter den Betroffenen. Viele schlecht gebaute oder alte Häuser stürzen ein, andere Gebäude werden stark beschädigt.		
X	Umfangreiche Zerstörungen: Viele gut gebaute Häuser werden zerstört oder erleiden schwere Beschädigungen. Mögliche Schäden an Dämmen und Brücken.		
XI	Verwüstend: Die meisten Bauwerke werden zerstört. Straßen werden unbrauchbar.		
XII	Vollständig verwüstend: Hoch- und Tiefbauten werden vernichtet.		

Erdbebenwellen

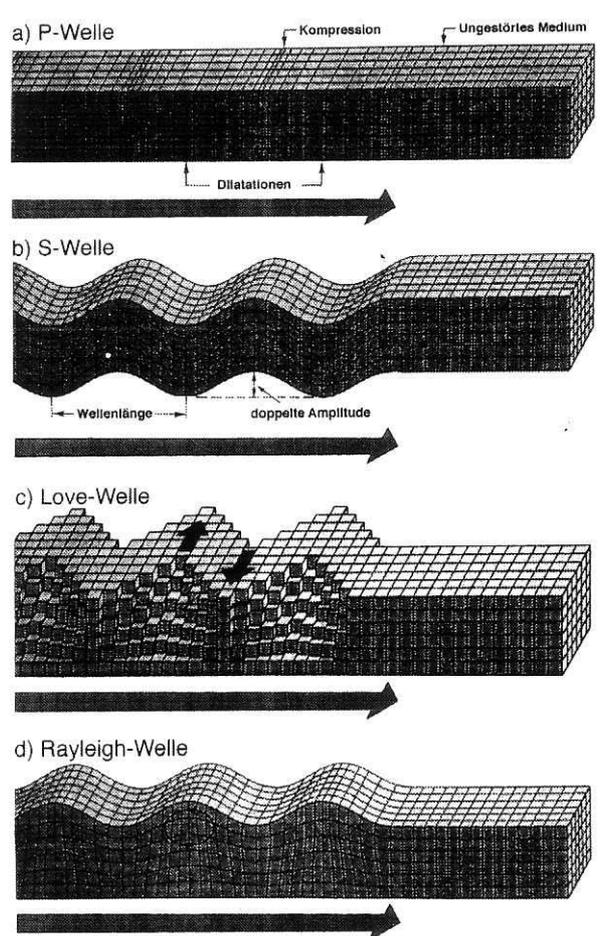
Die Prozesse beim Bruchvorgang im Erdbebenherd bestimmen die Eigenschaften der abgestrahlten Wellen (z.B. Abstrahlcharakteristik, spektrale Zusammensetzung). Von der Quelle breiten sich die seismischen Wellen durch die Erde aus. Die Eigenschaften dieses Übertragungsmediums verändern in erheblichem Maß Amplitude und Frequenzgehalt der abgestrahlten Wellen. Die an einem bestimmten Standort registrierten Wellen enthalten deshalb sowohl Informationen über die Quelle (Erdbebenherd) als auch über das Übertragungsmedium, welches die Wellen durchlaufen haben.

Wellenarten

Es wird zwischen zwei Haupttypen seismischer Wellen unterschieden:

Raumwellen: Primärwellen (P - Wellen) und Sekundärwellen (S - Wellen)

Oberflächenwellen: Lovewellen (L - Wellen) Rayleighwellen (R - Wellen)



Raumwellen treten in der Erdkruste und zum Teil (P-Wellen) auch im Erdinneren auf. **P-Wellen** sind Kompressions-Dilatationswellen, d.h. Longitudinalwellen. Die Teilchen bewegen sich in Fortpflanzungsrichtung der Welle vorwärts und zurück, ähnlich wie bei Schallwellen. Dies geschieht im festen Gestein, im flüssigen Magma, im Wasser. An Oberflächen können Schallwellen abgestrahlt werden (Frequenz im hörbaren Bereich). P - Wellen treffen am Standort eines Beobachters stets vor den S-Wellen ein, da ihre Fortpflanzungsgeschwindigkeit größer ist.

S-Wellen sind Scherwellen, d.h. Transversalwellen. Die Teilchen bewegen sich quer zur Fortpflanzungsrichtung der Welle hin und her, und zwar in einer Horizontalebene (SH-Welle) oder in einer Vertikalebene (SV-Welle) oder kombiniert. Dies geschieht nur im festen Gestein, nicht aber im flüssigen Magma oder im Wasser, da hier keine Schersteifigkeit vorhanden ist.

Oberflächenwellen treten nur an der Erdoberfläche auf, die Bewegung der Teilchen nimmt nach unten stark ab. Die Eindringtiefe entspricht etwa der Wellenlänge (frequenzabhängig). Oberflächenwellen treffen am Standort eines Beobachters stets nach den S-Wellen ein, da ihre Fortpflanzungsgeschwindigkeit etwas kleiner ist.

L-Wellen sind ähnlich den SH - Wellen. Die Teilchen bewegen sich horizontal quer zur Fortpflanzungsrichtung, jedoch nach unten stark abnehmend.

R-Wellen sind ähnlich den Wasserwellen. d.h. den Wellen an der Oberfläche eines Wasserspiegels nach Einschlag eines Steines. Die Teilchen bewegen sich in einer Vertikalebene elliptisch. d.h. kombiniert sowohl horizontal vorwärts und zurück als auch vertikal auf und ab.

Wellengeschwindigkeiten

In homogenen Medien ist die Wellengeschwindigkeit eine Funktion elastischer Parameter und der Materialdichte, d.h. abhängig von der chemisch-petrographischen Zusammensetzung, von Druck und Temperatur.

$$v_p = \sqrt{\frac{(1-\nu)}{(1-\nu-2\nu^2)} \frac{E}{\rho}}, \quad v_s = \sqrt{\frac{G}{\rho}}, \quad v_R \approx 0,97 v_s$$

z.B.: $\nu = 0,25$ (übliche Annahme für die Erdkruste):

$$G = E / 2(1 + \nu) = 0,4 E \quad v_s / v_p = 1 / \sqrt{3} = 0,58$$

Bodenart	v_p (m/s)	v_s (m/s)
Lockergesteine		
Deckschichten, locker gelagert, verwittert		
nicht gesättigt (Tiefe 3 bis 6 m)	200 ... 800	110 ... 480
Schotter (Kiessand), nicht gesättigt	400 ... 800	220 ... 450
Schotter, grundwassergesättigt	1300 ... 2000	400 ... 600
verkitteter Schotter	1800 ... 2500	1000 ... 1500
Seebodenlehm, nicht vollständig gesättigt	700 ... 1300	290 ... 540
Seebodenlehm, gesättigt	1300 ... 1800	390 ... 530
Gehängelehm, nicht gesättigt	300 ... 1000	120 ... 400
Moränen	1200 ... 2400	500 ... 1150
Löss	300 ... 600	150 ... 300
Fels		
Molasse-Mergel und Molasse-Sandstein, weich, verwittert	900 ... 1800	520 ... 1050
Mergel, nicht verwittert	1800 ... 3200	1000 ... 1900
Molasse-Sandstein, hart	1800 ... 3500	1100 ... 2200
Nagelfluh	1000 ... 4000	600 ... 2500
Schiefer	1800 ... 5000	1100 ... 3100
Kalk	3000 ... 6000	1800 ... 3700
Gneis	3000 ... 5500	1900 ... 3500
Granit	4000 ... 6000	2500 ... 3900

Physikalische Kenngrößen für die Tragwerksbemessung

Bodenverschiebung (ground displacement) $d_g(t)$

Bodengeschwindigkeit (ground velocity) $v_g(t)$

Bodenbeschleunigung (ground acceleration) $a_g(t)$

Größenordnung der Spitzenwerte bei einem mittelstarken Erdbeben ($I_0 \approx VIII$, $M \approx 6 \div 6,5$):

$$d_{g, \max} = 0,1 \div 0,3 \text{ m}$$

$$v_{g, \max} = 0,1 \div 0,3 \text{ m/s}$$

$$a_{g, \max} = 1,5 \div 3,0 \text{ m/s}^2 = 0,15 \div 0,30 g$$

Zusammenhang zwischen INTENSITÄT und maximaler BODENBESCHLEUNIGUNG

$$\log(a_{g, \max}) = 0,26 \cdot I(^{\circ}MSK) - 1,81 \quad \Rightarrow \quad a_{g, \max} = 10^{[0,26 \cdot I(MSK) - 1,81]} \quad [m/s^2]$$

$$\log(a_{g, \max}) = \frac{1}{3} \cdot I(^{\circ}MM) - 2,5 \quad \Rightarrow \quad a_{g, \max} = 10^{[0,33 \cdot I(MM) - 2,5]} \quad [m/s^2]$$

EMS 1998	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	
MM 1956	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII

Intensitätsskala		Grad der Intensität											
MSK	1964	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	
MM	1931	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII

Vertikale Bodenbeschleunigung:

$$\frac{a_{g, \text{vert}}}{a_{g, \text{horiz}}} \approx 0,3 \div 1,0$$

$$\text{ÖNORM B 1998-1 (Eurocode 8): } \frac{a_{g, \text{vert}}}{a_{g, \text{horiz}}} = \frac{2}{3}$$

Frequenzbereich der Bodenbewegung: $f = 0,1 \div 30 \text{ Hz}$

Die Methode der Antwortspektren für erdbebenerregte Strukturen

Einmassenschwinger

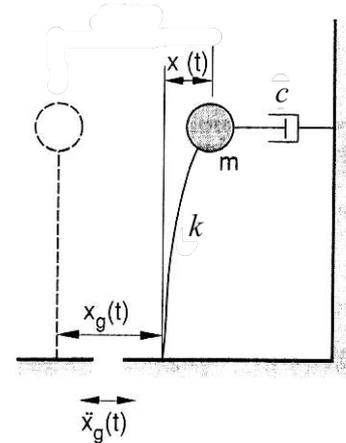
$$\underbrace{(\ddot{x} + \ddot{x}_g)}_{\ddot{x}_t} + 2\zeta\omega_0 \dot{x} + \omega_0^2 x = 0 \quad \text{Null-AB: } x(t=0) = 0, \quad \dot{x}(t=0) = 0$$

$$\ddot{x} + 2\zeta\omega_0 \dot{x} + \omega_0^2 x = -\ddot{x}_g$$

$$x(t) = -\frac{1}{\omega_D} \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) e^{-\zeta\omega_0(t-\tau)} \sin \omega_D(t-\tau) d\tau$$

$$\dot{x}(t) = -\int_0^t \ddot{x}_g(\tau) e^{-\zeta\omega_0(t-\tau)} \cos \omega_D(t-\tau) d\tau - \zeta\omega_0 x(t)$$

$$\ddot{x}_t(t) = -\omega_0^2 x(t) - 2\zeta\omega_0 \dot{x}(t) \approx -\omega_0^2 x(t) \quad \text{für } \zeta \ll 1$$



(Relativ-)Verschiebungsspektrum S_d

$$S_d(\omega_0, \zeta) = |x|_{\max} = \left| -\frac{1}{\omega_D} \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) e^{-\zeta\omega_0(t-\tau)} \sin \omega_D(t-\tau) d\tau \right|_{\max} \approx \frac{1}{\omega_0} \underbrace{\left| \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) e^{-\zeta\omega_0(t-\tau)} \sin \omega_0(t-\tau) d\tau \right|_{\max}}_{S_v(\omega_0, \zeta)}$$

S_v ... Pseudo(relativ)geschwindigkeitsspektrum

Anmerkung: $S_v(\omega_0, \zeta) \neq |\dot{x}|_{\max}$

Pseudo(absolut)beschleunigungsspektrum S_a

$$S_a(\omega_0, \zeta) = |\ddot{x}_t|_{\max} \approx \omega_0^2 S_d(\omega_0, \zeta) = \omega_0 S_v(\omega_0, \zeta)$$

Oft werden die Spektren auch in Abhängigkeit der Grundschwingungsdauer $T_0 = 2\pi / \omega_0$ (anstelle von ω_0) dargestellt.

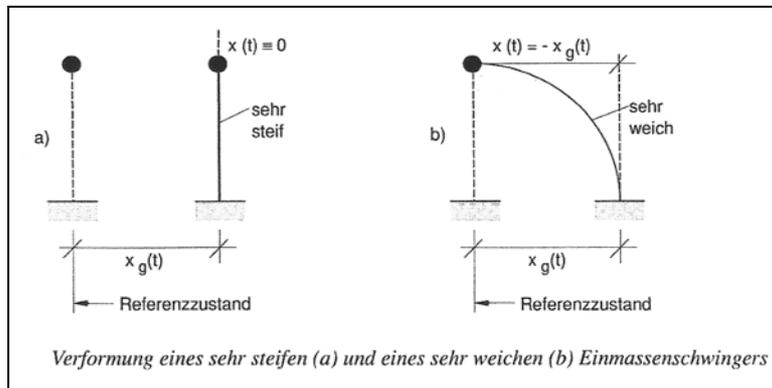
Maximale Federkraft: $f_{S_{\max}} = k S_d = m \omega_0^2 S_d = m \omega_0 S_v = m S_a$

Hinweis: im EC8 bezeichnet S_d das Bemessungsspektrum für die Bodenbeschleunigung !!!

Grenzwerte:

$T_0 \rightarrow 0$ (hohe Steifigkeit): $\ddot{x} \approx 0 \Rightarrow \dot{x}_t \approx \dot{x}_g$, $S_a \rightarrow a_{g,max}$

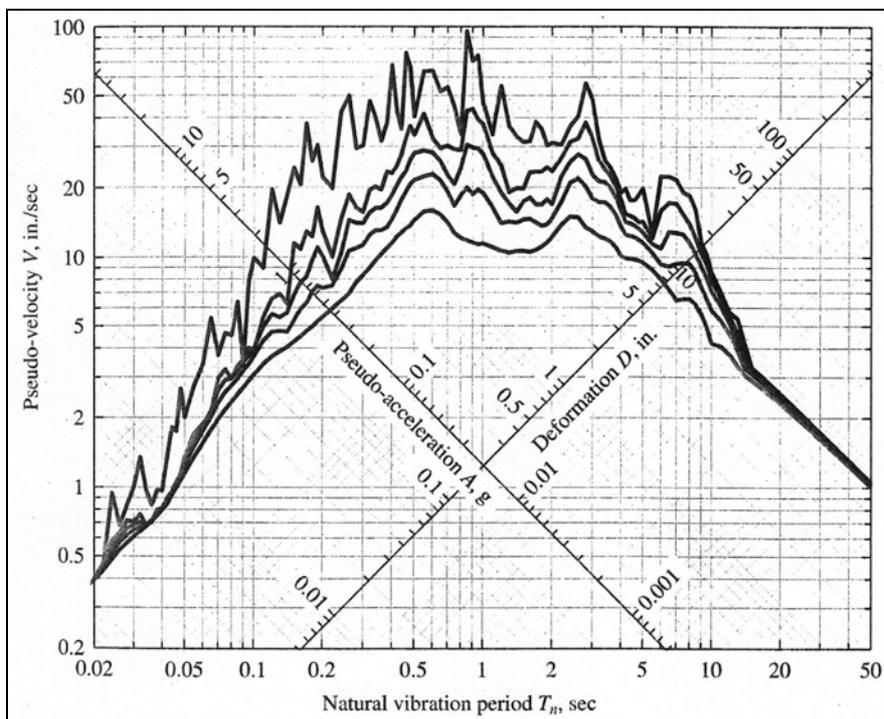
$T_0 \rightarrow \infty$ (geringe Steifigkeit): $x_t \approx 0 \Rightarrow x \approx -x_g$, $S_d \rightarrow d_{g,max}$

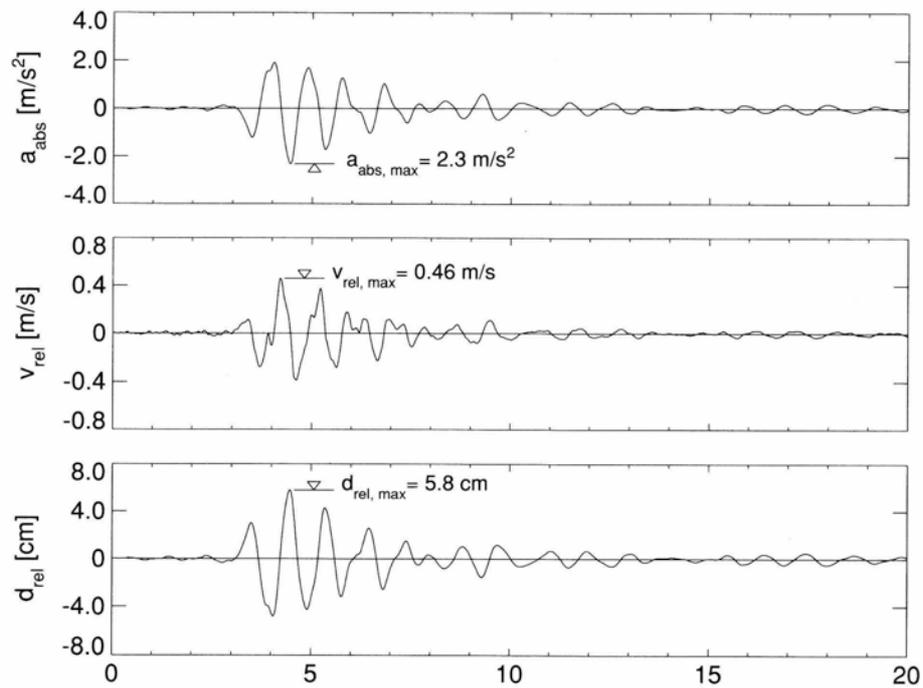


Freihand-Entwurfsspektrum:

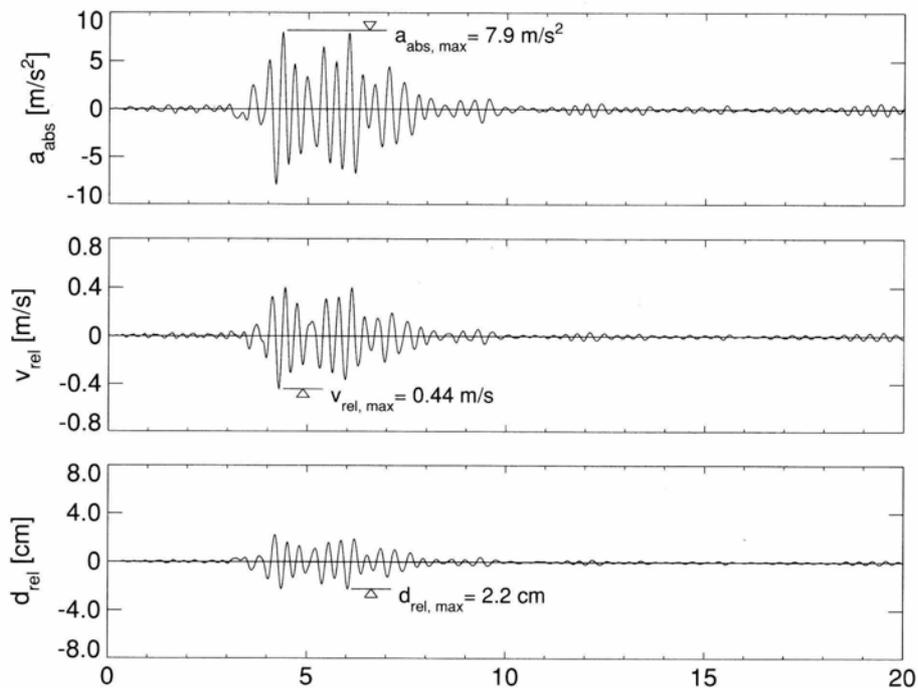
$S_a \approx 4 a_{g,max}$, $S_v \approx 3 v_{g,max}$, $S_d \approx 2 d_{g,max}$

Kombinierte Darstellung der Spektren S_a , S_v , S_d des Erdbebens von El Centro (CA), 1940

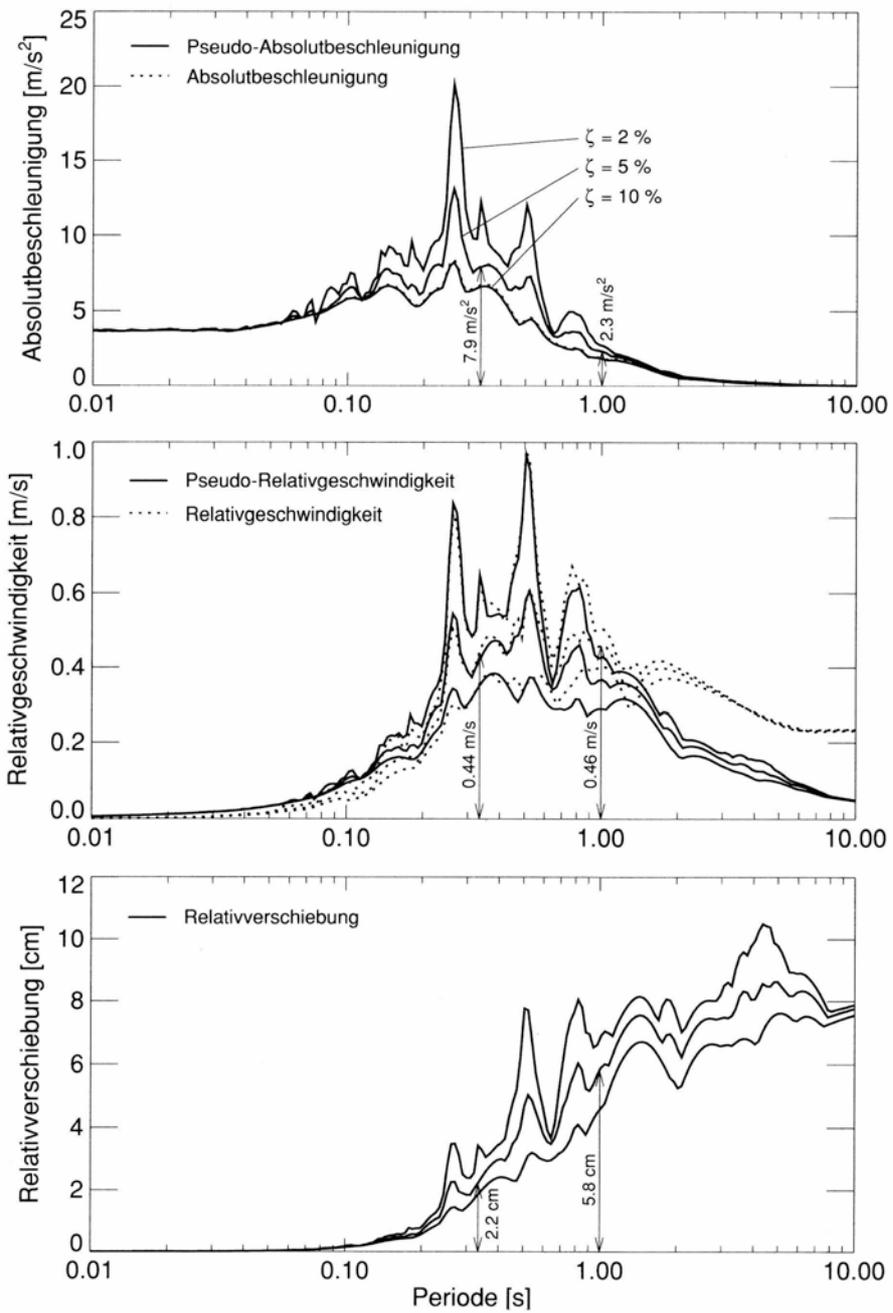




Zeitverläufe der Antwortschwingungen eines 1Hz-Einmassenschwingers mit 5% Dämpfung infolge Fusspunkterregung durch die N-S-Komponente "Tolmezzo" des Friaul-Erdbebens 1976



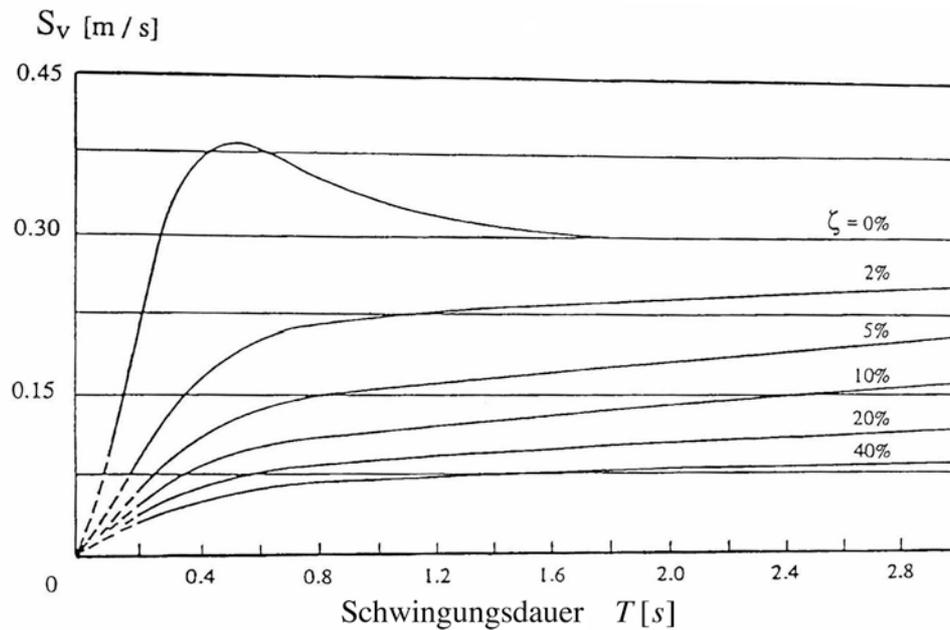
Zeitverläufe der Antwortschwingungen eines 3Hz-Einmassenschwingers mit 5% Dämpfung infolge Fusspunkterregung durch die N-S-Komponente "Tolmezzo" des Friaul-Erdbebens 1976



Antwortspektren der N-S-Komponente
 "Tolmezzo" des Friaul-Erdbebens 1976 in Funktion der Periode

Beispiel E1:

$$m = 20000 \text{ kg}, \quad k = 5,0 \text{ MN} / \text{m}, \quad \zeta = 2 \%$$



$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{500}{2}} = 15,81 \text{ rad} / \text{s}$$

$$f = \frac{\omega_0}{2\pi} = 2,5 \text{ Hz}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{1}{f} = \frac{1}{2,5} = 0,40 \text{ s}$$

$$S_v(T = 0,40 \text{ s}, \zeta = 2\%) = 0,16 \text{ m} / \text{s}$$

$$\text{Maximale Verschiebung: } |x|_{\max} = S_d = \frac{1}{\omega_0} S_v = \frac{1}{15,81} 0,16 = 0,01 \text{ m}$$

$$\text{Maximale Federkraft: } f_{S_{\max}} = m \omega_0 S_v = 20000 \cdot 15,81 \cdot 0,16 = 50592 \text{ N} = 50,6 \text{ kN}$$

Erdbeben – Teil 2

Allgemeiner Mehrmassenschwinger

$$\mathbf{M}\ddot{\vec{x}}(t) + \mathbf{C}\dot{\vec{x}}(t) + \mathbf{K}\vec{x}(t) = -\mathbf{M}\vec{e}\ddot{w}_g(t)$$

Modale Projektion:
$$\vec{x}(t) = \underbrace{\vec{\phi}_1 y_1(t)}_{\vec{x}_1^{(k)}(t)} + \underbrace{\vec{\phi}_2 y_2(t)}_{\vec{x}_2^{(k)}(t)} + \dots + \underbrace{\vec{\phi}_N y_N(t)}_{\vec{x}_N^{(k)}(t)} = \sum_{j=1}^N \vec{x}_j^{(k)}(t) = \sum_{j=1}^N \vec{\phi}_j y_j(t) = \mathbf{\Phi} \vec{y}$$

$$\mathbf{\Phi} = [\vec{\phi}_1 \ \vec{\phi}_2 \ \dots \ \vec{\phi}_N] \quad \dots \text{ Modalmatrix,} \quad \vec{y} = \begin{bmatrix} y_1(t) & y_2(t) & \dots & y_N(t) \end{bmatrix}^T$$

$$\mathbf{\Phi}^T \mathbf{M} \mathbf{\Phi} \ddot{\vec{y}} + \mathbf{\Phi}^T \mathbf{C} \mathbf{\Phi} \dot{\vec{y}} + \mathbf{\Phi}^T \mathbf{K} \mathbf{\Phi} \vec{y} = -\mathbf{\Phi}^T \mathbf{M} \vec{e} \ddot{w}_g(t)$$

$$m_k \ddot{y}_k(t) + c_k \dot{y}_k(t) + k_k y_k(t) = -L_k \ddot{w}_g(t) \quad (\text{Voraussetzung: modale Dämpfung})$$

$$m_k = \vec{\phi}_k^T \mathbf{M} \vec{\phi}_k, \quad k_k = \vec{\phi}_k^T \mathbf{K} \vec{\phi}_k, \quad c_k = \vec{\phi}_k^T \mathbf{C} \vec{\phi}_k, \quad L_k = \vec{\phi}_k^T \mathbf{M} \vec{e}$$

$$\boxed{\ddot{y}_k(t) + 2\zeta_k \omega_k \dot{y}_k(t) + \omega_k^2 y_k(t) = -\Gamma_k \ddot{w}_g(t), \quad k=1,2,\dots,N} \quad \text{mit} \quad \boxed{\Gamma_k = L_k / m_k}$$

Speziell gilt für orthonormierte Eigenvektoren:

$$\mathbf{\Phi}^T \mathbf{M} \mathbf{\Phi} = \mathbf{I} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{bzw.} \quad \vec{\phi}_k^T \mathbf{M} \vec{\phi}_k = m_k = 1, \quad k=1,2,\dots,N$$

$$\mathbf{\Phi}^T \mathbf{K} \mathbf{\Phi} = \text{diag}(\omega_k^2) = \begin{bmatrix} \omega_1^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \omega_2^2 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \omega_N^2 \end{bmatrix}$$

Maximale Antwort des dem k -ten Mode zugeordneten SDOFs:

$$y_{\max}^{(k)} = \Gamma_k S_d^{(k)} = \Gamma_k \frac{S_v^{(k)}}{\omega_k} = \Gamma_k \frac{S_a^{(k)}}{\omega_k^2} \quad \text{mit} \quad S_i^{(k)} = S_i(T_k, \zeta_k)$$

Maximaler modaler Anteil des Deformationsvektors:

$$\boxed{\vec{x}_{\max}^{(k)} = \vec{\phi}_k y_{\max}^{(k)} = \vec{\phi}_k \Gamma_k S_d^{(k)} = \vec{\phi}_k \Gamma_k \frac{S_v^{(k)}}{\omega_k} = \vec{\phi}_k \Gamma_k \frac{S_a^{(k)}}{\omega_k^2}}$$

Äquivalenter statischer Kraftvektor („Ersatzkräfte“):

$$\vec{f}_s = \mathbf{K} \vec{x} = \mathbf{K} \sum_{k=1}^N \vec{\phi}_k y_k = \sum_{k=1}^N \vec{f}_s^{(k)}$$

$$\left. \begin{aligned} \vec{f}_s^{(k)} &= \mathbf{K} \vec{\phi}_k y_k \\ \left[\mathbf{K} - \omega_k^2 \mathbf{M} \right] \vec{\phi}_k &= \vec{0} \Rightarrow \mathbf{K} \vec{\phi}_k = \omega_k^2 \mathbf{M} \vec{\phi}_k \end{aligned} \right\} \Rightarrow \boxed{\vec{f}_s^{(k)} = \mathbf{M} \vec{\phi}_k \omega_k^2 y_k}$$

Modaler Anteil (k) für Erdbebenlast:

$$\boxed{\vec{f}_{s,\max}^{(k)} = \mathbf{M} \vec{\phi}_k \omega_k^2 y_{\max}^{(k)} = \mathbf{M} \vec{\phi}_k \omega_k^2 \Gamma_k S_d^{(k)} = \mathbf{M} \vec{\phi}_k \omega_k \Gamma_k S_v^{(k)} = \mathbf{M} \vec{\phi}_k \Gamma_k S_a^{(k)}}$$

Mehrgeschoßige Hochbaukonstruktion:Modellierung als Ersatzstab bzw Schubrahmen $\hat{=}$ SchwingerketteBestimmung der Querkräfte:Modale Anteile im Geschoß j :

$$Q_j^{(k)} = \sum_{i=j}^N f_{si}^{(k)} = \chi_j^{(k)} \omega_k^2 y_k, \quad \chi_j^{(k)} = \left\{ \sum_{i=j}^N [\mathbf{M}\vec{\phi}_k]_i \right\}$$

Anregung gemäß Antwortspektrum:

$$Q_{j,\max}^{(k)} = \sum_{i=j}^N f_{si,\max}^{(k)} = \chi_j^{(k)} \omega_k^2 \Gamma_k S_d^{(k)} = \chi_j^{(k)} \omega_k \Gamma_k S_v^{(k)} = \chi_j^{(k)} \Gamma_k S_a^{(k)}$$

Modale Anteile in der Bodenfuge:

$$Q_0^{(k)} = \sum_{i=1}^N f_{si}^{(k)} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \end{bmatrix} \vec{f}_s^{(k)} = \underbrace{\vec{1}^T \mathbf{M}\vec{\phi}_k}_{L_k} \omega_k^2 y_k = L_k \underbrace{\Gamma_k}_{L_k/m_k} \omega_k^2 \frac{y_k}{\Gamma_k} = \frac{L_k^2}{m_k} \omega_k^2 \frac{y_k}{\Gamma_k} = \bar{M}_k \omega_k^2 \frac{y_k}{\Gamma_k}$$

Anregung gemäß Antwortspektrum:

$$Q_{0,\max}^{(k)} = \bar{M}_k \omega_k^2 S_d^{(k)} = \bar{M}_k \omega_k S_v^{(k)} = \bar{M}_k S_a^{(k)}$$

Die sog. *effektiven modalen Massen* $\bar{M}_k = L_k \Gamma_k = L_k^2 / m_k$ sind unabhängig von der Normierung der Eigenschwingungsformen; deren Summe entspricht der (dynamisch wirksamen) Gesamtmasse:

$$\sum_{k=1}^N \bar{M}_k = m_{ges}$$

Bestimmung der Biegemomente:

Modale Anteile des resultierenden Momentes im Geschoß j :

$$M_j^{(k)} = \sum_{i=j}^N (h_i - h_j) f_{si}^{(k)}$$

Anregung gemäß Antwortspektrum:

$$M_{j,\max}^{(k)} = \sum_{i=j}^N (h_i - h_j) f_{si,\max}^{(k)}$$

Modale Anteile des resultierenden Momentes in der Bodenfuge:

$$M_0^{(k)} = \sum_{i=1}^N h_i f_{si}^{(k)} = \begin{bmatrix} h_1 & h_2 & \dots & h_N \end{bmatrix} \vec{f}_s^{(k)} = \vec{h}^T \mathbf{M} \vec{\phi}_k \omega_k^2 y_k = \frac{\bar{H}_k \bar{M}_k}{\Gamma_k} \omega_k^2 y_k$$

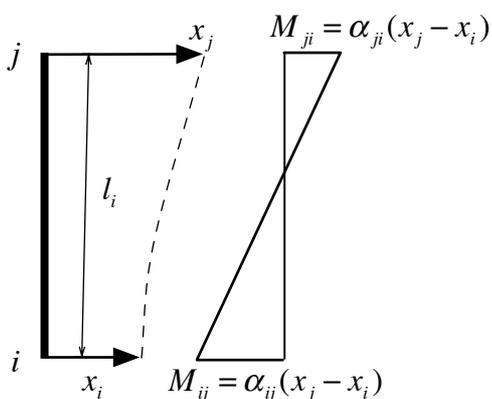
Anregung gemäß Antwortspektrum:

$$M_{0,\max}^{(k)} = \bar{H}_k \bar{M}_k \omega_k^2 S_d^{(k)} = \bar{H}_k \bar{M}_k \omega_k S_v^{(k)} = \bar{H}_k \bar{M}_k S_a^{(k)}$$

Die sog. *effektiven modalen Höhen* \bar{H}_k sind wieder unabhängig von der Normierung der Eigenschwingungsformen:

$$\bar{H}_k = \frac{\vec{h}^T \mathbf{M} \vec{\phi}_k}{\bar{M}_k} \Gamma_k = \frac{\vec{h}^T \mathbf{M} \vec{\phi}_k}{L_k}$$

Die individuellen Momentenanteile in Rahmenstützen sind aus den aktuellen Randbedingungen und den Geschoßverschiebungen zu ermitteln. Im folgenden sind deren (quasistatischen) Beziehungen für klassische RB-Kombinationen gelistet:



Knoten i und j eingespannt: $\alpha_{ij} = -\alpha_{ji} = -6(EJ/l^2)_i$

Knoten i gelenkig gelagert, Knoten j eingespannt:

$$\alpha_{ij} = 0, \alpha_{ji} = 3(EJ/l^2)_i$$

Knoten j gelenkig gelagert, Knoten i eingespannt:

$$\alpha_{ij} = -3(EJ/l^2)_i, \alpha_{ji} = 0$$

Regeln zur modalen Überlagerung für Baukonstruktionen unter Erbebenanregung

Square-root-of-sum-squares (SRSS) Methode zur modalen Überlagerung:

$$E_{\max} \equiv E_E = \sqrt{\sum_{k=1}^N (E_{E_k})^2}$$

E_E ... Maximalwert einer seismischen Beanspruchungsgröße
(Kraft- bzw. Deformationsgröße)

Anwendbar auf Systeme mit gut separierten Eigenfrequenzen

Complete quadratic combination (CQC) Methode:

Diese Methode ist auch bei knapp benachbarten Eigenfrequenzen anwendbar.

$$E_{\max} \equiv E_E = \sqrt{\sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N \rho_{nm} E_{E_n} E_{E_m}}$$

Korrelationskoeffizient (nach *Der Kiureghian*):

$$\rho_{nm} = \frac{8(\zeta_n \zeta_m)^{1/2} (\zeta_n + \beta_{nm} \zeta_m) \beta_{nm}^{3/2}}{(1 - \beta_{nm}^2)^2 + 4\zeta_n \zeta_m \beta_{nm} (1 + \beta_{nm}^2) + 4(\zeta_n^2 + \zeta_m^2) \beta_{nm}^2}, \quad \beta_{nm} = \omega_n / \omega_m$$

$\rho_{nm} = \rho_{mn}$ kann Werte zwischen 0 (unkorreliert) und 1 (voll korreliert, z.B. für 2 Schwingungsformen mit denselben Eigenfrequenzen und Dämpfungskoeffizienten) annehmen.

Für $\zeta_n = \zeta_m = \zeta$ vereinfacht sich der Ausdruck zu

$$\rho_{nm} = \frac{8\zeta^2 (1 + \beta_{nm}) \beta_{nm}^{3/2}}{(1 - \beta_{nm}^2)^2 + 4\zeta^2 \beta_{nm} (1 + \beta_{nm})^2}$$

WICHTIG (!!): Diese (modal überlagerte) Maximalwerte sind Endergebnisse, mit denen nicht weitergerechnet werden darf!

Berechnungsschritte:

Eigenfrequenzen und Eigenvektoren:

$$\omega_k, \vec{\phi}_k$$

Modale Massen:

$$m_k = \vec{\phi}_k^T \mathbf{M} \vec{\phi}_k$$

Partizipationsfaktoren:

$$L_k = \vec{\phi}_k^T \mathbf{M} \vec{e}, \quad \Gamma_k = \frac{L_k}{m_k}$$

Effektive modale Massen:

$$\bar{M}_k = \frac{L_k^2}{m_k}$$

Effektive modale Höhen:

$$\bar{H}_k = \frac{\vec{h}^T \mathbf{M} \vec{\phi}_k}{L_k}$$

Spektralwerte aus AW-Spektrum:

$$\text{z.B.: } S_a^{(k)}$$

Auswertung:

$$\vec{x}_{\max}^{(k)} = \Gamma_k \vec{\phi}_k \frac{S_a^{(k)}}{\omega_k^2}$$

$$\vec{f}_{s,\max}^{(k)} = \mathbf{M} \vec{\phi}_k \Gamma_k S_a^{(k)}$$

$$Q_{j,\max}^{(k)} = \sum_{i=j}^N f_{si,\max}^{(k)},$$

$$\text{Bodenfuge: } Q_{0,\max}^{(k)} = \bar{M}_k S_a^{(k)} (= Q_{1,\max}^{(k)})$$

$$M_{j,\max}^{(k)} = \sum_{i=j}^N (h_i - h_j) f_{si,\max}^{(k)} \quad \text{bzw. individuelle Momentenanteile in den Rahmenstützen}$$

$$\text{Bodenfuge: } M_{0,\max}^{(k)} = \bar{H}_k \bar{M}_k S_a^{(k)}$$

Überlagerung: z.B. (SRSS)

$$E \hat{=} x_j, Q_j, M_j, Q_0, M_0: \quad E_{\max} \equiv E_E = \sqrt{\sum_{k=1}^N (E_{Ek})^2}$$

Beispiel E2: Ebene Hochbaukonstruktion, modelliert als Ersatzstab mit 3 Freiheitsgraden

$$M_1 = 20000 \text{ kg}, \quad M_2 = 15000 \text{ kg}, \quad M_3 = 10000 \text{ kg}, \quad h_1 = 3,0 \text{ m}, \quad h_2 = 6,0 \text{ m}, \quad h_3 = 9,0 \text{ m}$$

$$k_1 = 8,0 \text{ MN/m}, \quad k_2 = 6,0 \text{ MN/m}, \quad k_3 = 5,0 \text{ MN/m}$$

	$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$
$\omega_k \text{ [rad/s]}$	10,34	24,90	34,73
$f_k \text{ [Hz]}$	1,65	3,96	5,53
$T_k \text{ [s]}$	0,61	0,25	0,18
$S_a^{(k)} \text{ [m/s}^2\text{]}$	1,55	3,74	5,21

$$\vec{\phi}_1 = \begin{pmatrix} 0,398 \\ 0,786 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{\phi}_2 = \begin{pmatrix} -0,901 \\ -0,240 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{\phi}_3 = \begin{pmatrix} 0,837 \\ -1,413 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$m_1 = \begin{bmatrix} 0,398 & 0,786 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 20000 & 0 & 0 \\ 0 & 15000 & 0 \\ 0 & 0 & 10000 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 0,398 \\ 0,786 \\ 1 \end{pmatrix} = 22431,8 \text{ kg}$$

$$L_1 = \begin{bmatrix} 0,398 & 0,786 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 20000 & 0 & 0 \\ 0 & 15000 & 0 \\ 0 & 0 & 10000 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = 29744,5 \text{ kg}$$

$$\Gamma_1 = \frac{L_1}{m_1} = \frac{29744,5}{22431,8} = 1,326, \quad \bar{M}_1 = \frac{L_1^2}{m_1} = \frac{(29744,5)^2}{22431,8} = 39441,2 \text{ kg}, \quad \bar{H}_1 = \frac{\vec{h}^T \mathbf{M} \vec{\phi}_1}{L_1} = 6,21 \text{ m}$$

	$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$
m_k [kg]	22431,8	27113,0	53944,1
L_k [kg]	29744,5	-11628,7	5550,9
Γ_k [-]	1,326	-0,429	0,103
\bar{M}_k [kg]	39441,2	4987,6	571,2
$\bar{H}_k = \frac{\bar{h}^T \mathbf{M} \bar{\phi}_k}{L_k}$ [m]	6,21	-1,23	2,35

Kontrolle: $\sum_{k=1}^3 \bar{M}_k = 45000 \text{ kg}$

$$\bar{x}_{\max}^{(1)} = \bar{\phi}_1 \Gamma_1 \frac{S_a^{(1)}}{\omega_1^2} = \begin{pmatrix} 0,398 \\ 0,786 \\ 1 \end{pmatrix} 1,326 \cdot \frac{1,55}{(10,34)^2} = \begin{pmatrix} 0,00764 \\ 0,01511 \\ 0,01921 \end{pmatrix} \text{ [m]}$$

$$\bar{x}_{\max}^{(2)} = \begin{pmatrix} 0,00233 \\ 0,00062 \\ -0,00258 \end{pmatrix} \text{ [m]}, \quad \bar{x}_{\max}^{(3)} = \begin{pmatrix} 0,00037 \\ -0,00063 \\ 0,00044 \end{pmatrix} \text{ [m]}$$

$$\bar{f}_{s,\max}^{(1)} = \mathbf{M} \bar{\phi}_1 \Gamma_1 S_a^{(1)} = \begin{pmatrix} 16346,0 \\ 24234,9 \\ 20553,0 \end{pmatrix}, \quad \bar{f}_{s,\max}^{(2)} = \begin{pmatrix} 28916,2 \\ 5778,1 \\ -16040,9 \end{pmatrix}, \quad \bar{f}_{s,\max}^{(3)} = \begin{pmatrix} 8974,6 \\ -11359,8 \\ 5361,1 \end{pmatrix}$$

$$Q_{1,\max}^{(1)} = \sum_{i=1}^3 f_{si,\max}^{(k)} = 61133,9 \text{ N}, \quad Q_{2,\max}^{(1)} = \sum_{i=2}^3 f_{si,\max}^{(k)} = 44787,9 \text{ N}, \quad Q_{3,\max}^{(1)} = f_{s3,\max}^{(k)} = 20553,0 \text{ N}$$

$$Q_{1,\max}^{(2)} = 18653,5 \text{ N}, \quad Q_{2,\max}^{(2)} = -10262,7 \text{ N}, \quad Q_{3,\max}^{(2)} = -16040,9 \text{ N}$$

$$Q_{1,\max}^{(3)} = 2975,9 \text{ N}, \quad Q_{2,\max}^{(3)} = -5998,7 \text{ N}, \quad Q_{3,\max}^{(3)} = 5361,1 \text{ N}$$

$$Q_{0,\max}^{(k)} = \bar{M}_k S_a^{(k)} (= Q_{1,\max}^{(k)}), \quad M_{0,\max}^{(k)} = \bar{H}_k \bar{M}_k S_a^{(k)}$$

	$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$
$Q_{0,\max}^{(k)} [N]$	61133,9	18653,5	2975,9
$M_{0,\max}^{(k)} [Nm]$	379725,0	-22950,3	7014,8

SRSS:

$$\bar{x}_{\max} = \sqrt{\sum_{k=1}^N (\bar{x}_{\max}^{(k)})^2} = \begin{pmatrix} 0,008 \\ 0,015 \\ 0,019 \end{pmatrix} [m]$$

$$Q_{0,\max} \equiv Q_{1,\max} = \sqrt{\sum_{k=1}^N (Q_{0,\max}^{(k)})^2} = 64,0 \text{ kN}, \quad Q_{2,\max} = \sqrt{\sum_{k=1}^N (Q_{2,\max}^{(k)})^2} = 46,3 \text{ kN}, \quad Q_{3,\max} = 26,6 \text{ kN}$$

$$M_{0,\max} = \sqrt{\sum_{k=1}^N (M_{0,\max}^{(k)})^2} = 380,2 \text{ kNm}$$

Erdbeben – Teil 3

Grundlagen des Eurocode 8 – Teil 1 (EN 1998-1) (Erdbebeneinwirkungen & Regeln für Hochbauten)

Begriffe und Kennwerte

Verhaltensbeiwert

Beiwert, der bei der Bemessung zur Reduzierung der durch lineare Berechnung ermittelten Kräfte verwendet wird, um der nichtlinearen Antwort eines Tragwerks in Abhängigkeit von Baustoff, Tragsystem und dem verwendeten Bemessungsverfahren Rechnung zu tragen.

Kapazitätsbemessungsverfahren

Bemessungsverfahren, bei dem Teile des Tragsystems ausgewählt und in geeigneter Weise für die Energiedissipation unter großen Verformungen bemessen und konstruktiv durchgebildet werden, während für alle anderen tragenden Teile eine ausreichende Festigkeit vorzusehen ist, damit die gewählten Energiedissipationsmechanismen erhalten bleiben.

Dissipatives Tragwerk

Tragwerk, das in der Lage ist, durch duktilen hysteretischen Verhalten und/oder auf andere Art und Weise Energie zu dissipieren.

Bedeutungsbeiwert

Beiwert, der die Folgen eines Tragwerksversagens widerspiegelt.

Nichttragendes Bauteil

Architektonisches, mechanisches oder elektrisches Bauteil, System und Komponente, welches bei der Erdbebenauslegung entweder aufgrund fehlender Festigkeit oder wegen der Art und Weise seiner Verbindung mit dem Bauwerk nicht als lastabtragendes Bauteil betrachtet wird.

Primäre seismische Bauteile

Bauteile, die als Teil der Tragstruktur, die der Erdbebeneinwirkung widersteht, betrachtet werden, bei der Berechnung für die Erdbeben-Bemessungssituation modellmäßig erfasst und nach den Regeln von EN 1998 für Erdbebenwiderstand vollständig bemessen und durchkonstruiert werden.

Sekundäre seismische Bauteile

Bauteile, die nicht als Teil der Tragstruktur, die der Erdbebeneinwirkung widersteht, betrachtet werden und deren Festigkeit und Steifigkeit gegenüber Erdbebeneinwirkungen vernachlässigt werden.

$S_e(T)$	elastisches horizontales Bodenbeschleunigungs-Antwortspektrum, auch "elastisches Antwortspektrum" genannt. Für $T = 0$ entspricht die angegebene Spektralbeschleunigung der Bemessungs-Bodenbeschleunigung für Baugrundklasse A multipliziert mit dem Bodenparameter S .
$S_{ve}(T)$	elastisches vertikales Antwortspektrum der Bodenbeschleunigung
$S_{De}(T)$	elastisches Verschiebungsantwortspektrum
$S_d(T)$	<u>Bemessungsspektrum</u> (für lineare Berechnungen). Für $T = 0$ entspricht die angegebene Spektralbeschleunigung der Bemessungs-Bodenbeschleunigung für Baugrundklasse A multipliziert mit dem Bodenparameter S . (D.h.: $S(A) = 1$).
S	Bodenparameter
T	Schwingungsdauer eines linearen Einmassenschwingers
a_{gR}	Referenz-Spitzenwert der Bodenbeschleunigung für Baugrundklasse A
a_g	Bemessungswert der Bodenbeschleunigung für Baugrundklasse A
a_{vg}	Bemessungswert der Bodenbeschleunigung in vertikaler Richtung
g	Erdbeschleunigung
q	Verhaltensbeiwert
γ_I	Bedeutungsbeiwert
η	Dämpfungs-Korrekturbeiwert ($\eta = 1$ für $\xi = 5\%$)
ξ	Viskoses Dämpfungsverhältnis (in Prozent)
E_E	Auswirkungen infolge der Erdbebeneinwirkung;
F_i	Horizontale Erdbebenkraft am Stockwerk i
F_b	Gesamterdbebenkraft
H	Gebäudehöhe ab Fundament oder ab Oberkante eines starren Kellergeschosses
L_{\max}	Größere der rechtwinklig zueinander gemessenen Grundrissabmessungen eines Gebäudes (L_{\min} Kleinere der rechtwinklig ...)
h	Geschoßhöhe
m_i	Masse des Stockwerks i

Die Erdbebengefährdung wird in Österreich durch eine Erdbebenzonenkarte dargestellt. Für die präzise Einteilung der Zonenzuordnung existiert in der ÖNORM B 1998-1 das Ortsverzeichnis mit Zonenzuordnung und Referenzbodenbeschleunigung (ÖNORM B 1998 – 1:2011; Tabelle A.1).

Untergrundbeschreibung

Der Einfluss des Untergrundes spielt ebenfalls eine wesentliche Rolle zur Berücksichtigung der Stärke des möglichen Erdbebens. Die Baugrundklassen sind folgendermaßen definiert:

Baugrundklasse	Beschreibung des stratigraphischen Profils
A	Fels oder andere felsähnliche geologische Formation, mit höchstens 5 m an der Oberfläche weicherem Material
B	Ablagerungen von sehr dichtem Sand, Kies oder sehr steifem Ton, mit einer Dicke von mindestens einigen zehn Metern, gekennzeichnet durch einen allmählichen Anstieg der mechanischen Eigenschaften mit zunehmender Tiefe
C	Tiefe Ablagerungen von dichtem oder mitteldichtem Sand, Kies oder steifem Ton; Mit Dicken von einigen zehn bis mehreren hundert Metern
D	Ablagerungen von lockerem bis mitteldichtem kohäsionslosem Boden (mit oder ohne einige weiche kohäsive Schichten), oder von vorwiegend weichem bis steifem kohäsivem Boden
E	Ein Bodenprofil bestehend aus einer Oberflächen-Alluvialschicht mit Werten nach C oder D und veränderlicher Dicke zwischen etwa 5m bis 20m über steiferem Bodenmaterial mit $v_s > 800 \text{ m/s}$
S₁	Ablagerungen bestehend aus einer mindestens 10 m dicken Schicht weicher Tone oder Schluffe mit hohem Plastizitätsindex und hohem Wassergehalt
S₂	Ablagerungen von verflüssigbaren Böden, empfindlichen Tonen oder jedes Andere Bodenprofil, das nicht in den Klassen A bis E oder S ₁ enthalten ist.

Horizontales elastisches Antwortspektrum

Für die Horizontalkomponenten der Erdbebeneinwirkung wird das elastische Antwortspektrum $S_e(T)$ durch folgende Ausdrücke definiert:

$$0 \leq T \leq T_B: S_e(T) = a_g \cdot S \cdot \left[1 + \frac{T}{T_B} (\eta \cdot 2,5 - 1) \right]; \quad a_g = \gamma_I \cdot a_{gR}$$

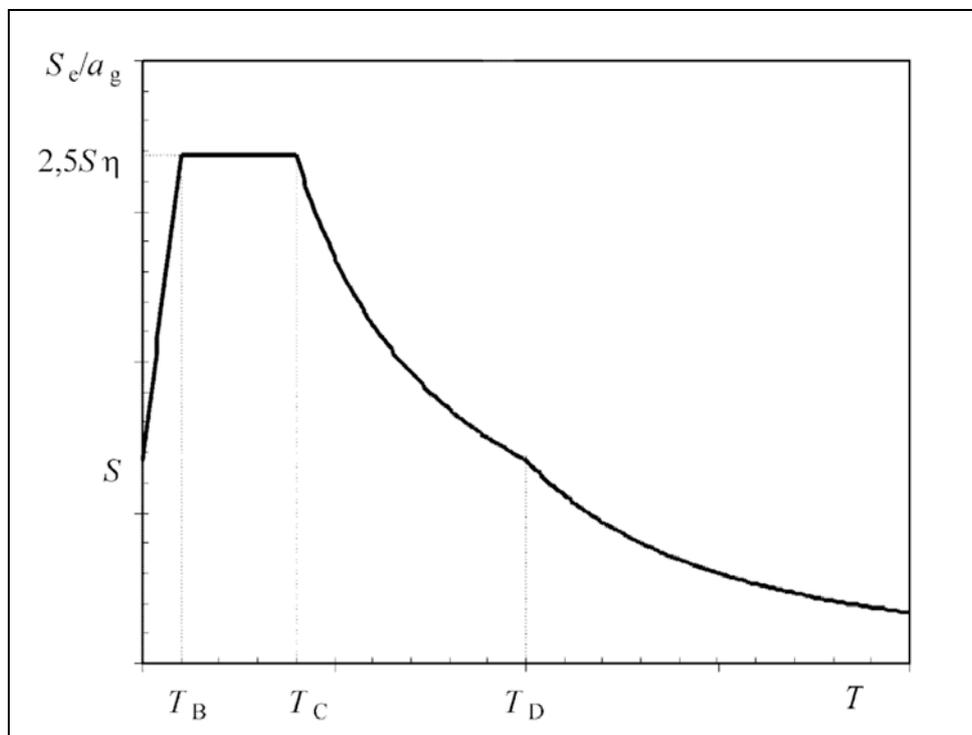
$$T_B \leq T \leq T_C: S_e(T) = a_g \cdot S \cdot \eta \cdot 2,5$$

$$T_C \leq T \leq T_D: S_e(T) = a_g \cdot S \cdot \eta \cdot 2,5 \cdot \left[\frac{T_C}{T} \right]$$

$$T_D \leq T \leq 4s: S_e(T) = a_g \cdot S \cdot \eta \cdot 2,5 \cdot \left[\frac{T_C T_D}{T^2} \right]$$

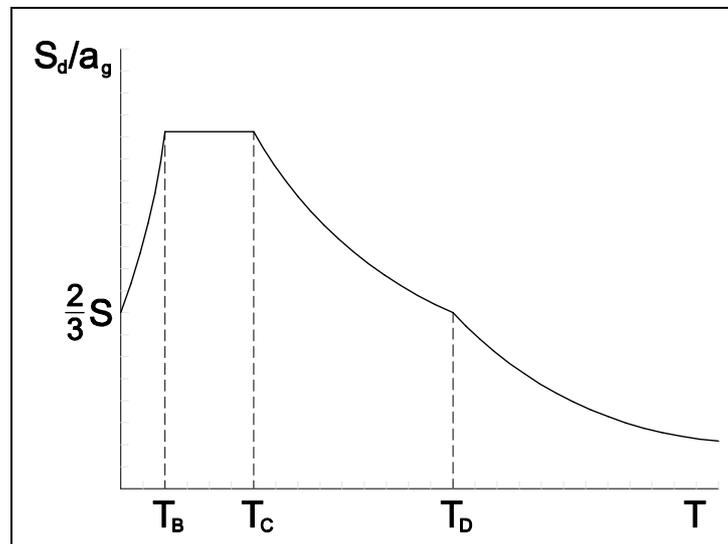
Der Wert des Dämpfungs-Korrekturbeiwerts η darf durch folgende Formel bestimmt werden:

$$\eta = \sqrt{10 / (5 + \xi)} \geq 0,55$$



Bemessungsspektrum für lineare Berechnung

Die Fähigkeit eines Tragwerks, Energie hauptsächlich durch das duktile Verhalten seiner Bauteile zu dissipieren, wird durch lineare Berechnungen berücksichtigt. Diese Abminderung wird durch die Einführung eines Verhaltensbeiwerts q erzielt.



Horizontalkomponenten

$$0 \leq T \leq T_B : S_d(T) = a_g \cdot S \cdot \left[\frac{2}{3} + \frac{T}{T_B} \left(\frac{2,5}{q} - \frac{2}{3} \right) \right]; \quad a_g = \gamma_I \cdot a_{gR}$$

$$T_B \leq T \leq T_C : S_d(T) = a_g \cdot S \cdot \frac{2,5}{q}$$

$$T_C \leq T \leq T_D : S_d(T) \begin{cases} = a_g \cdot S \cdot \frac{2,5}{q} \cdot \left[\frac{T_C}{T} \right] \\ \geq \beta \cdot a_g \end{cases} \quad \beta = 0,2$$

$$T_D \leq T : S_d(T) \begin{cases} = a_g \cdot S \cdot \frac{2,5}{q} \cdot \left[\frac{T_C T_D}{T^2} \right] \\ \geq \beta \cdot a_g \end{cases}$$

Vertikalkomponente

Es gelten die Gleichungen der Horizontalkomponenten, wobei die Bemessungsbodenbeschleunigung a_{vg} in vertikaler Richtung a_g ersetzt.

Für die Werte in vertikaler Richtung a_{vg} sind erfahrungsgemäß $(2/3) \cdot a_{gR}$ für die horizontale Richtung anzusetzen. Die Vertikalkomponente ist vernachlässigbar, falls $a_{vg} \leq 0,25 g$ ($2,5 m/s^2$).

Die Vertikalkomponente ist somit in Österreich grundsätzlich nicht relevant.

Bei unregelmäßigen Bauwerken kann sie jedoch unter bestimmten Voraussetzungen relevant sein. Insbesondere ist dies der Fall, wenn lastabtragende Elemente in vertikaler Richtung nicht vom Fundament bis zum Dach durchgehen und somit oberhalb liegende Bauwerksabschnitte durch Unterzüge abgefangen werden. Erfahrungsgemäß kann das vertikale Eigenschwingverhalten dieser Bauwerksabschnitte zu einer Erhöhung von Schnittkräften führen. Grundsätzlich sei angemerkt, dass derartige Konstruktionen in Erdbebengebieten vermieden werden sollten. Falls dies nicht möglich ist, sollte unbedingt auch die vertikale Anregung berücksichtigt werden.

$S = 1,0$ und im Normalfall sollte für alle Werkstoffe und Bauwerksarten der Verhaltensbeiwert q nicht größer als 1,5 angenommen werden. Die übrigen Parameter sind in den folgenden Abschnitten definiert.

Falls der Einfluss des geologischen Untergrundes nicht berücksichtigt wird, werden 2 Spektralformen (Typ 1 und Typ 2) zur Verwendung empfohlen. In Österreich sind grundsätzlich nur die Antwortspektren vom Typ 1 anzuwenden.

Parameter zur Beschreibung der empfohlenen Antwortspektren vom **Typ 1**

Baugrundklasse	S	$T_B(s)$	$T_C(s)$	$T_D(s)$
A	1,00	0,15	0,4	2,0
B	1,20	0,15	0,5	2,0
C	1,15	0,20	0,6	2,0
D	1,35	0,20	0,8	2,0
E	1,40	0,15	0,5	2,0

Mit den angegebenen Spektren ist eine Referenz-Wiederkehrperiode von 475 Jahren mit einer Überschreitungswahrscheinlichkeit von 10 % in 50 Jahren zugeordnet. Im Hochbau werden 4 Bedeutungskategorien unterschieden. Sie werden in Abhängigkeit von den Folgen eines Einsturzes für menschliches Leben, von ihrer Bedeutung für die öffentliche Sicherheit und den Schutz der Bevölkerung unmittelbar nach dem Erdbeben zugeordnet.

Bedeutungskategorie	Bauwerke
I	Bauwerke mit geringer Bedeutung für die öffentliche Sicherheit z.B.: landwirtschaftliche Bauten
II	Gewöhnliche Bauwerke, die nicht unter die anderen Kategorien fallen
III	Bauwerke, deren Widerstand gegen Erdbeben wichtig ist im Hinblick auf die mit einem Einsturz verbundenen Folgen, z.B.: Schulen, Versammlungsräume, Einkaufszentren, Sportstadien, usw.
IV	Bauwerke, deren Unversehrtheit während Erdbeben von höchster Wichtigkeit für den Schutz der Bevölkerung ist, z.B.: Krankenhäuser, Feuerwachen, Kraftwerke; Einrichtungen für das Katastrophenmanagement, usw.

Jeder Bedeutungskategorie ist ein **Bedeutungsbeiwert** γ_I zugeordnet.

Zonengruppe	Bedeutungskategorie			
	I	II	III	IV
0	0,8	1,0	1,0	1,0
1	0,8	1,0	1,0	1,0
2	0,8	1,0	1,1	1,2
3	0,8	1,0	1,4	1,4
4	0,8	1,0	1,4	1,4

Verhaltensbeiwert

Bei linearen Berechnungen werden die elastischen Antwortspektren durch einen Verhaltensbeiwert q abgemindert. Dieser Verhaltensbeiwert berücksichtigt die Duktilität des Bauwerkes und überführt das elastische Antwortspektrum in ein inelastisches Bemessungsspektrum, was enorme Vereinfachung darstellt.

Grundlegende Leitprinzipien des Entwurfskonzepts

- konstruktive Einfachheit;
- Regelmäßigkeit, Symmetrie und Redundanz;
- bidirektionale Beanspruchbarkeit (Widerstand) und Steifigkeit;
- Torsionsbeanspruchbarkeit und Torsionssteifigkeit;
- Scheibenwirkung der Decken auf Geschoßebene;
- ausreichende Gründung.

Kriterien für Regelmäßigkeit im Grundriss

Damit ein Gebäude als im Grundriss regelmäßig klassifiziert werden kann, muss es alle in den folgenden Absätzen aufgeführten Bedingungen erfüllen.

- Hinsichtlich der Verteilung der horizontalen Steifigkeit und der Masse muss das Bauwerk im Grundriss ungefähr symmetrisch bezüglich zweier rechtwinklig zueinander stehender Achsen sein.
- Die Grundrissform muss kompakt sein, d.h. jedes Stockwerk muss durch ein konvexes Polygon umrissen sein.
- Die Steifigkeit der Decken in ihrer Ebene muss im Vergleich zur Horizontalsteifigkeit der vertikalen tragenden Bauteile ausreichend groß sein, so dass die Verformung der Decke sich nur unwesentlich auf die Verteilung der Kräfte an die vertikalen tragenden Bauteile auswirkt.
- Die Schlankheit $\lambda = L_{\max} / L_{\min}$ des Gebäudes im Grundriss darf nicht größer als 4 sein, wobei L_{\max} und L_{\min} jeweils die senkrecht zueinander gemessene größte und kleinste Gebäudeabmessung im Grundriss darstellt.
- Für jedes Geschoß und in jeder Berechnungsrichtung x oder y müssen die tatsächliche Ausmittigkeit e_o und der Torsionsradius r die beiden untenstehenden Bedingungen erfüllen, die für die Berechnungsrichtung y angeschrieben wurden:

$$e_{ox} \leq 0,30 \cdot r_x, \quad r_x \geq l_s$$

e_{ox} Abstand zwischen dem Steifigkeitsmittelpunkt und dem Massenmittelpunkt, gemessen in x-Richtung, die senkrecht zur betrachteten Berechnungsrichtung verläuft;

r_x Quadratwurzel des Verhältnisses zwischen der Torsionssteifigkeit und der Horizontalsteifigkeit in y-Richtung ("Torsionsradius");

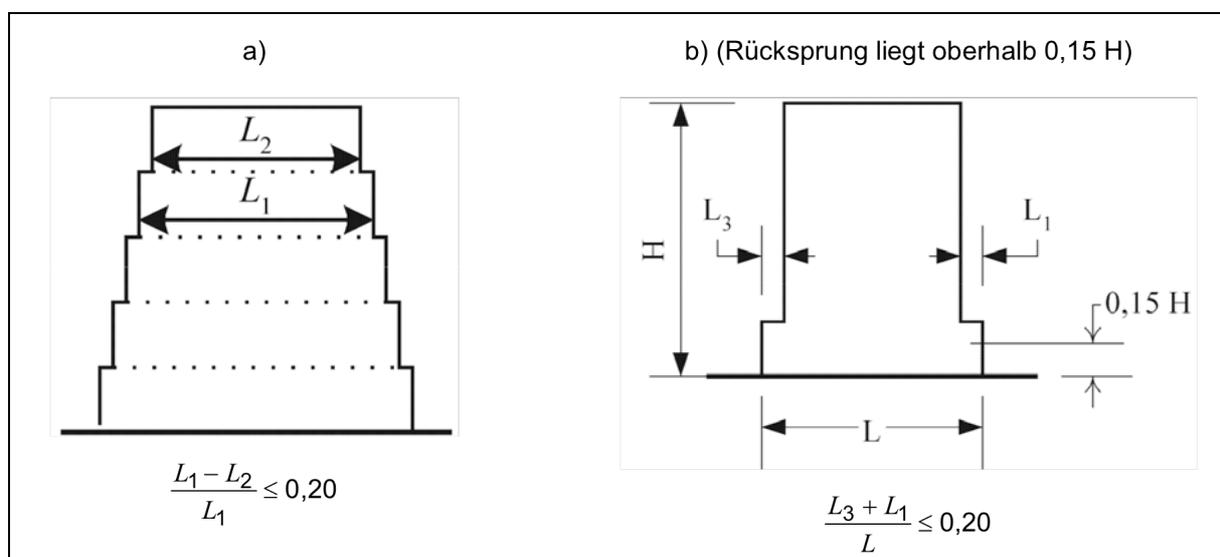
$$r_x^2 = \frac{k_T}{k_y} = \frac{\sum_{i=1}^n k_{xi} \cdot r_{xi}^2 + \sum_{j=1}^m k_{yj} \cdot r_{yj}^2}{\sum_{j=1}^m k_{yj}}$$

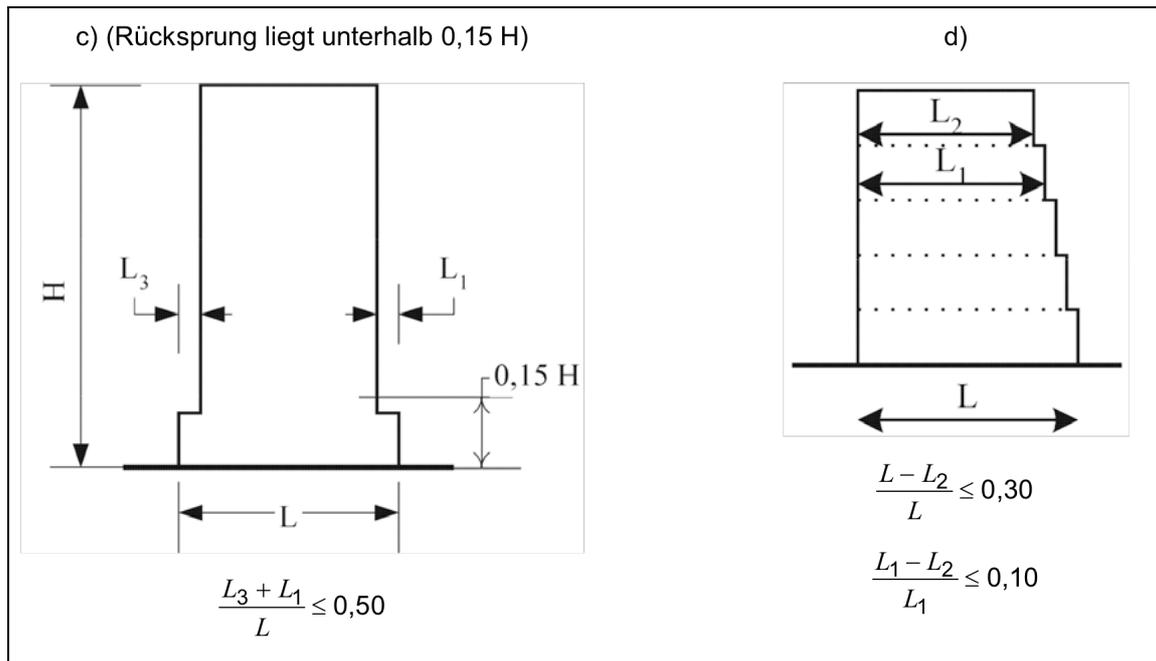
l_s Trägheitsradius der Geschoßmasse im Grundriss; z.B.: Rechteck: $l_s^2 = (L^2 + B^2) / 12$

Kriterien für Regelmäßigkeit im Aufriss

Für einen „regelmäßigen“ Gebäudeaufriss müssen folgende Bedingungen erfüllt sein:

- Sämtliche horizontalen Aussteifungen wie Kerne, tragende Wände oder Rahmen, müssen ohne Unterbrechung von der Gründung bis zur Oberkante des Gebäudes verlaufen, oder, wenn Rücksprünge vorhanden sind, bis zur Oberkante des entsprechenden Gebäudeteils verlaufen.
- Sowohl die Horizontalsteifigkeit als auch die Masse der einzelnen Geschoße müssen konstant sein oder allmählich ohne sprunghafte Änderungen vom Fundament bis zur Spitze des Gebäudes hin abnehmen.
- In Rahmentragwerken sollte das Verhältnis der tatsächlichen Beanspruchbarkeit des Geschoßes zu der laut Berechnung erforderlichen Beanspruchbarkeit nicht unverhältnismäßig stark zwischen den benachbarten Geschoßen variieren.
- Wenn Rücksprünge vorhanden sind, gelten zusätzlich folgende Anforderungen:
 - (a),(b) Bei allmählichen Rücksprüngen muss dennoch die Symmetrie gewahrt werden. Deswegen darf der Rücksprung in jedem Geschoß nicht größer sein als 20 % der vorhergehenden Grundrissabmessung: $(L_1 - L_2) / L_1 \leq 0,20$; $(L_3 + L_1) / L_1 \leq 0,20$
 - (c) Ein einzelner Rücksprung innerhalb der unteren 15 % der Gesamthöhe des Bauwerks darf nicht größer sein als 50 % der vorhergehenden Grundrissabmessung: $(L_3 + L_1) / L_1 \leq 0,50$. Die Tragkonstruktion des unteren Bereiches sollte so ausgelegt werden, dass sie mindestens 75 % der horizontalen Schubkräfte aufnehmen kann.
 - (d) Für den Fall, dass die Rücksprünge die Symmetrie verletzen, dürfen in jeder Seitenansicht die Summen der Rücksprünge von allen Geschoßen nicht größer sein als 30 % der Grundrissabmessung des ersten Geschoßes oberhalb der Gründung oder oberhalb des Kellergeschoßes: $(L - L_2) / L \leq 0,30$. Die einzelnen Rücksprünge für sich dürfen nicht größer als 10 % der vorhergehenden Abmessung des Grundrisses sein: $(L_1 - L_2) / L \leq 0,10$.





Berücksichtigung von Torsionswirkungen

Die Berücksichtigung von Torsionswirkungen ist in Abhängigkeit der Rechenverfahren und den Regelmäßigkeitskriterien (an verschiedenen Stellen im EC8) geregelt.

Zufällige Torsionswirkungen

Um Unsicherheiten bezüglich der Lage von Massen und der räumlichen Veränderlichkeit der Erdbebenbewegung abzudecken, muss der berechnete Massenmittelpunkt von jedem Geschoß i um folgende zufällige Ausmittigkeit von seiner planmäßigen Lage in beiden Richtungen verschoben gedacht werden:

$$e_{ai} = \pm 0,05 \cdot L_i$$

e_{ai} zufällige Ausmittigkeit der Geschoßmasse i von ihrer planmäßigen Lage, für alle Geschoße in gleicher Richtung anzusetzen;

L_i Geschoßabmessung senkrecht zur Richtung der Erdbebeneinwirkung.

Torsionswirkungen im vereinfachten Antwortspektrumverfahren

Falls die horizontale Steifigkeit und die Masse im Grundriss symmetrisch verteilt sind, dürfen die zufälligen Torsionswirkungen dadurch berücksichtigt werden, dass die Beanspruchungen in den einzelnen lastabtragenden Bauteilen mit dem nachfolgend definierten Beiwert δ multipliziert werden:

$$\delta = 1 + 0,6 \frac{x}{L_e}$$

mit

x Abstand des betrachteten Bauteils vom Massenmittelpunkt des Gebäudes im Grundriss, gemessen senkrecht zur Richtung der betrachteten Erdbebenwirkung;

L_e Abstand zwischen den beiden äußersten Bauteilen, die horizontale Lasten abtragen, gemessen senkrecht zur Richtung der betrachteten Erdbebenwirkung.

Wenn die Berechnung (nach dem vereinfachten Antwortspektrumverfahren) unter Verwendung von zwei ebenen Modellen durchgeführt wird, jeweils von einem für jede horizontale Hauptrichtung, dürfen Torsionswirkungen durch Verdopplung der zufälligen Ausmittigkeit e_{ai} berücksichtigt werden. Alternativ kann die Berücksichtigung durch den Faktor δ erfolgen, wobei der Faktor 0,6 auf 1,2 zu erhöhen ist.

Torsionswirkungen in räumlichen Tragwerksmodellen

Wird der Berechnung ein räumliches Modell zugrunde gelegt, dürfen die zufälligen Torsionswirkungen bestimmt werden als Umhüllende der Beanspruchungsgrößen, die aus statischen Belastungen stammen, bestehend aus Gruppen von Torsionsmomenten M_{ai} um die vertikale Achse eines jeden Geschoßes i :

$$M_{ai} = e_{ai} \cdot F_i$$

mit

M_{ai} Torsionsmoment, wirkend auf das Geschoß i um seine vertikale Achse;

e_{ai} zufällige Ausmittigkeit der Geschoßmasse i für alle maßgebenden Richtungen;

F_i Horizontalkraft, wirkend auf das Geschoss i

Berechnungsmethoden

Innerhalb eines gewissen Anwendungsbereiches dürfen die Beanspruchungen durch Erdbeben auf der Grundlage eines linear-elastischen Verhaltens eines Tragwerks berechnet werden. Hierbei existieren zwei linear-elastische Berechnungsmethoden, die abhängig von den konstruktiven Eigenschaften des Bauwerks verwendet werden:

- das *Vereinfachte Antwortspektrumverfahren*, anzuwenden bei Bauwerken die gewissen Bedingungen genügen müssen;
- das *Multimodale Antwortspektrumverfahren*, welches für alle Arten von Hochbautenanwendbar ist.
- Als Alternative zu den linearen Methoden darf auch eine nichtlineare Methode angewendet werden:
- nichtlineare statische (*pushover*) Berechnung
- nichtlineare Zeitverlaufsberechnung (*dynamisch*)

Die Standardmethode ist das Multimodale Antwortspektrenverfahren. Hier müssen alle durch das Erdbeben angeregten Frequenzen zur Berechnung der Kraft- und Verformungsgrößen des Bauwerks berücksichtigt werden.

Linear elastische Berechnungen dürfen unter Verwendung von zwei ebenen Modellen, jeweils von einem für jede der beiden horizontalen Hauptrichtungen, durchgeführt werden, wenn die Kriterien für *Regelmäßigkeit im Grundriss* erfüllt sind. *Anderenfalls* dürfen zwei ebene Modelle nur dann verwendet werden, wenn *besondere Regelmäßigkeitbedingungen* erfüllt werden.

Vereinfachtes Antwortspektrumverfahren

Diese Methode darf bei Bauwerken verwendet werden, deren Antwort nicht wesentlich durch Beiträge von höheren Schwingungsformen als die Grundeigenform beeinflusst wird. Dafür sind laut Norm folgende Anforderungen zu erfüllen:

- Grundriss und Aufriss erfüllen die Kriterien der Regelmäßigkeit,
- Es liegt einer symmetrische Verteilung von Horizontalsteifigkeit und Masse vor und
- Die Eigenschwingungsdauer T_1 ist höchstens $T_1 \leq 4 \cdot T_C$ oder $T_1 \leq 2,0 s$

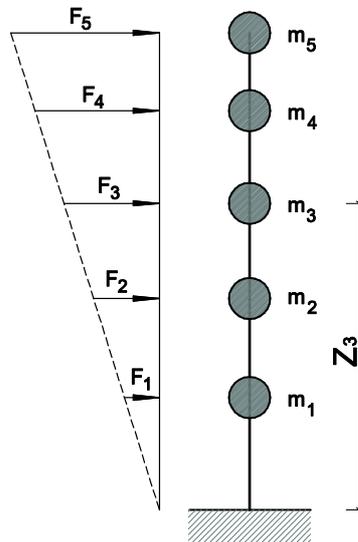
Die resultierende *Erdbebengesamtkraft* F_b ergibt nach dem Vereinfachten Antwortspektrenverfahren aus dem Produkt des Bemessungsspektrums $S_d(T_1)$ an der Stelle der Grundperiode T_1 mit der Gesamtmasse des Gebäudes m . Die Gesamterdbebenkraft F_b muss in jeder Richtung, in der das Bauwerk untersucht wird, nach folgender Formel berechnet werden:

$$F_b = S_d(T_1) \cdot m \cdot \lambda$$

λ Korrekturbeiwert, mit $\lambda = 0,85$, wenn $T_1 \leq 2 \cdot T_C$ ist und das Bauwerk mehr als 2 Stockwerke hat, sonst $\lambda = 1,0$

Die Grundmodalformen des Bauwerks dürfen entweder mit baulynamischen Methoden berechnet oder mittels Horizontalverschiebungen angenähert werden, welche mit der Höhe des Bauwerks linear zunehmen.

Die *Verteilung der Gesamterdbebenkraft* auf das Bauwerk erfolgt angenähert zur ersten Eigenform. Vereinfacht kann sie linear über die Gebäudehöhe verteilt angenommen werden.



Die Erdbebeneinwirkungsgrößen müssen bestimmt werden, indem an dem ebenen Modell horizontale Kräfte F_i an allen Stockwerken angebracht werden. Die nachfolgende statische Berechnung liefert die Schnittkräfte und die Verformungen des Bauwerks. Vorteilhaft an diesem Vorgehen ist, dass die Erdbebenbeanspruchung als ein weiterer statischer Lastfall behandelt werden kann.

$$F_i = F_b \frac{s_i \cdot m_i}{\sum_j s_j \cdot m_j}$$

s_i, s_j Verschiebungen der Massen m_i, m_j in der Grundeigenform

Wenn die Grundeigenform durch Horizontalverschiebungen, welche mit der Höhe linear zunehmen, angenähert wird, ergeben sich die Horizontalkräfte zu:

$$F_i = F_b \frac{z_i \cdot m_i}{\sum_j z_j \cdot m_j}$$

z_i, z_j Höhe der Massen m_i, m_j über der Ebene, in der die Erdbebeneinwirkung angreift (Fundamentoberkante oder Oberkante des starren Kellergeschosses).

Schließlich müssen die horizontalen Kräfte, welche nach diesem Unterpunkt nun bestimmt wurden, auf das Aussteifungssystem für Horizontallasten verteilt werden.

Multimodales Antwortspektrenverfahren

Diese Art der Berechnung muss bei Hochbauten angewandt werden, welche die Bedingungen zur Anwendung des Vereinfachten Antwortspektrumverfahrens nicht erfüllen. Die Antwort aller Modalformen, die wesentlich zur Gesamtantwort beitragen, muss berücksichtigt werden.

Dies ist dann der Fall, wenn gezeigt werden kann, dass

- die Summe der effektiven Modalmassen der berücksichtigten Schwingungsformen mindestens 90% der Gesamtmasse des Bauwerks erreicht
- oder alle Schwingungsformen, deren effektive Modalmassen größer sind als 5% der Gesamtmasse, berücksichtigt wurden.

Wenn ein räumliches Modell verwendet wird, sollten die obigen Bedingungen für jede maßgebende Richtung überprüft werden.

Wenn die in oben angegebenen Bedingungen nicht erfüllt werden können (z. B. in Hochbauten mit einem wesentlichen Beitrag von Torsionsmodalformen), sollte die minimale Anzahl k von in einer räumlichen Berechnung zu berücksichtigenden Modalbeiträgen die folgenden Bedingungen erfüllen:

$$k \geq 3 \cdot \sqrt{n}$$

und

$$T_k \leq 0,20 \text{ s}$$

k Anzahl der berücksichtigten Modalbeiträge

n Anzahl der Geschosse über dem Fundament oder der Oberkante eines starren Kellergeschosses

T_k Periode der Modalform k

Die Kombination der modalen Deformations- und Schnittgrößen der einzelnen Schwingungsformen kann mittels quadratischer Überlagerung der *SRSS-Regel* erfolgen, wenn die jeweiligen Antworten in 2 benachbarten Modalformen i und j als voneinander unabhängig betrachtet werden dürfen. Dies ist erfüllt, wenn ihre Perioden „ i “ und „ j “ *ausreichend separiert* sind:

$$T_j \leq 0,9T_i$$

Anderenfalls müssen genauere Verfahren für die Kombination der modalen Größtwerte, wie z.B. die *Vollständige Quadratische Kombination* (CQC) verwendet werden.

Kombinationen der Erdbebeneinwirkung mit anderen Einwirkungen

Die Kombinationen für den Tragsicherheitsnachweis von Einwirkungen für die Bemessungssituationen von Erdbeben ergeben sich zu

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + P + A_{Ed} + \sum_{i \geq 1} \psi_{2,i} \cdot Q_{k,i}$$

E_d Bemessungswert der Beanspruchung

$G_{k,j}$ Charakteristischer Wert einer ständigen Einwirkungen

$Q_{k,i}$ Charakteristischer Wert einer nicht maßgebenden veränderlichen Einwirkung (Begleiteinwirkung)

P Maßgebender repräsentativer Wert einer Vorspannung

A_{Ed} Bemessungswert einer Einwirkung infolge Erdbeben

$\psi_{2,i}$ Beiwert für quasi-ständige Werte der veränderlichen Einwirkungen

Die Trägheitseffekte der Bemessungs-Erdbebeneinwirkung müssen unter Berücksichtigung der Massen entsprechend aller Gewichtskräfte, die in der folgenden Kombination von Einwirkungen auftreten, berechnet werden:

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + \sum_{i \geq 1} \psi_{E,i} \cdot Q_{k,i}$$

Die Kombinationsbeiwerte

$$\psi_{E,i} = \varphi \cdot \psi_{2,i}$$

berücksichtigen die Wahrscheinlichkeit, dass die Lasten $\psi_{E,i} \cdot Q_{k,i}$ während des Erdbebens nicht überall im Gebäude vorhanden sind.

Lt. ÖNORM B 1998-1 gilt in Österreich:

$$\varphi = 1,0$$

**Empfehlungen für Zahlenwerte für Kombinationsbeiwerte im Hochbau
(EN 1990:2002)**

Einwirkung	ψ_0	ψ_1	ψ_2
Nutzlasten im Hochbau (siehe EN 1991-1-1)			
Kategorie A: Wohngebäude	0,7	0,5	0,3
Kategorie B: Bürogebäude	0,7	0,5	0,3
Kategorie C: Versammlungsbereiche	0,7	0,7	0,6
Kategorie D: Verkaufsflächen	0,7	0,7	0,6
Kategorie E: Lagerflächen	1,0	0,9	0,8
Fahrzeugverkehr im Hochbau Kategorie F: Fahrzeuggewicht $\leq 30\text{kN}$	0,7	0,7	0,6
Kategorie G: 30kN < Fahrzeuggewicht < 160kN	0,7	0,5	0,3
Kategorie H : Dächer	0	0	0
Schneelasten im Hochbau (siehe EN 1991-1-3) ^a			
— Finnland, Island, Norwegen, Schweden	0,7	0,5	0,2
— Für Orte in CEN-Mitgliedsstaaten mit einer Höhe über 1000 m ü. NN	0,7	0,5	0,2
— Für Orte in CEN-Mitgliedsstaaten mit einer Höhe niedriger als 1000	0,5	0,2	0
Windlasten im Hochbau (siehe EN 1991-1-4)	0,6	0,2	0
Temperaturanwendungen (ohne Brand) im Hochbau, siehe EN 1991-1-5	0,6	0,5	0